

Articles in Press

Enhancing Eighth-Grade Students' Mathematical Proficiency through Digital Modeling on the JoLearn Platform

Hadeel Salah Alrabee, Amal Abdullah Khasawneh,
Imad Tawfiq Al-Sa'di

PII: 1846.2024

DOI: <https://doi.org/10.35192/jjoas-h.1846.2024>

Reference: JJOAS-H 1846.2024



To appear in: Jordan Journal of Applied Science-Humanities Science Series

Received Date: 25 May 2024

Revised Date: 10 Jul 2024

Accepted Date: 21 Jul 2024

Please cite this article as: Alrabee, H. S., Khasawneh, A. A., & Al-Sa'di, I. T. (in press). Enhancing Eighth-Grade Students' Mathematical Proficiency through Digital Modeling on the JoLearn Platform. *Jordan Journal of Applied Sciences – Humanities Series*. Advance online publication. <https://doi.org/10.35192/jjoas-h.1846.2024>

This is a PDF of an article that has undergone enhancements after acceptance, such as the addition of a cover page and metadata, and formatting for readability. This version will undergo additional copyediting, typesetting and review before it is published in its final form. As such, this version is no longer the Accepted Manuscript, but it is not yet the definitive Version of Record; we are providing this early version to give early visibility of the article.

Please also note that, during the production process, errors may be discovered which could affect the content, and all legal disclaimers that apply to the journal pertain.



Enhancing Eighth-Grade Students' Mathematical Proficiency through Digital Modeling on the JoLearn Platform

فاعلية النمذجة الرياضية الرقمية من خلال منصة "JoLearn" التعليمية في تعزيز البراعة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي

Hadeel Salah Alrabee^{1*}, Amal Abdullah Khasawneh¹, Imad Tawfiq Al-Sa'di¹

¹Yarmouk University, Irbid, Jordan

Hadeelalrabee518@gmail.com*

Abstract

This study investigated the effectiveness of digital mathematical modeling via the JoLearn educational platform in enhancing mathematical proficiency among eighth-grade students in Jordan. A quasi-experimental design was employed with a sample of 60 female students, randomly assigned to an experimental group (digital mathematical modeling through JoLearn) and a control group (traditional instruction). Data were collected using a mathematical proficiency test covering four dimensions—conceptual understanding, procedural fluency, adaptive reasoning, and strategic competence—alongside a productive disposition scale. The instruments' validity and reliability were established using appropriate psychometric procedures. The findings indicated that students in the experimental group significantly outperformed their peers in overall mathematical proficiency and across its dimensions. In addition, the experimental group showed a significantly more positive productive disposition toward mathematics compared with the control group. These results suggest that integrating digital mathematical modeling through JoLearn can meaningfully improve both performance and attitudes in middle school mathematics. In light of these findings, the study recommends expanding the use of JoLearn to incorporate more interactive and immersive tools, including augmented reality applications, to support mathematical learning and foster deeper engagement and persistence among students.

Keywords: Educational Technology, Digital Mathematical Modeling, JoLearn Platform, Mathematical Proficiency, Virtual Reality.

الملخص

هدفت الدراسة إلى تقصي فاعلية النمذجة الرياضية الرقمية باستخدام منصة "JoLearn" التعليمية في تعزيز البراعة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي، واستخدم المنهج التجريبي ذا التصميم شبه التجريبي، وتكونت عينة الدراسة من (٦٠) طالبة من الصف الثامن؛ وزعت بالتساوي على مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة. ولجمع البيانات، تم إعداد اختبار للبراعة الرياضية بأربعة أبعاد: (الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإستراتيجية، والتبرير التكييفي)، والبعد الخامس من البراعة الرياضية مقياس الميل المنتج، وتم التحقق من صدقها وثباتها بالطرق المناسبة. وأسفرت النتائج أن النمذجة الرياضية الرقمية المدعّمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزّز كانت فعّالة في تعزيز البراعة الرياضية بأبعادها المختلفة لدى طلبة الصف الثامن مقارنة بالطريقة الاعتيادية. إضافة إلى وجود فرق جوهري في الأوساط الحسابية في تقديرات الطلبة على مقياس الميل المنتج، ولصالح الذين تعرضوا للنمذجة الرياضية الرقمية. وأوصت الدراسة بضرورة الاهتمام بتوفير المزيد من تطبيقات الواقع المعزز من خلال منصة JoLearn التعليمية.

الكلمات المفتاحية: التكنولوجيا التعليمية، النمذجة الرياضية الرقمية، منصة Jolearn، البراعة الرياضية، الواقع الافتراضي.

المقدمة

الإطار النظري والدراسات السابقة

تتجه وزارة التربية والتعليم الأردنية نحو تحسين مؤسساتها التعليمية، وفقاً لرؤية الأردن ٢٠٢٥، وأهداف فلسفة التعليم العامة، بشكل تتركز فيه الجهود على تعزيز عملية التعلم وتمكين الطلبة؛ ليصبحوا مبدعين ومبتكرين في مجال التكنولوجيا. مع اكتسابهم المهارات الضرورية لاستخدام وتطوير التكنولوجيا، وتبني الحركات الإصلاحية استراتيجيات حديثة تعزّز حل المشكلات وتطوير مهارات التفكير والتحليل والإبداع التي تسعى لتقديم خدمات تعليمية عالية الجودة، حيث ساهمت في تحسين نظام إدارة التعلم الإلكتروني وتطوير المحتوى الرقمي، ومن بين أهداف تكنولوجيا المعلومات في التعليم: تطوير المحتوى التعليمي الرقمي، وتفعيل أنظمة الامتحانات الإلكترونية، مع تعزيز مفهوم تكنولوجيا التعليم والمعلومات، وتوفير غرف صف ذكية في المدارس (وزارة التربية والتعليم، ٢٠١٨).

تُعد البراعة الرياضية أحد الأهداف الرئيسة لتعليم الرياضيات، إذ تمثل قدرة المتعلم على فهم المفاهيم الرياضية، وإتقان الإجراءات، وتوظيف المعرفة الرياضية في حل المشكلات واتخاذ القرارات بصورة منطقية وفعالة. وقد حدد المجلس القومي الأمريكي للبحوث (National Research Council, 2001) البراعة الرياضية في خمسة أبعاد مترابطة هي: الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والتبرير التكميلي، والميل المنتج، بحيث يساهم كل بعد في دعم الأبعاد الأخرى بصورة تكاملية. كما تؤكد الأدبيات أن تنمية هذه الأبعاد مجتمعة تساعد الطلبة على بناء المعرفة الرياضية، واستخدامها بمرونة، وتفسير الحلول وتبريرها، وتكوين اتجاهات إيجابية نحو تعلم الرياضيات (Philipp, 2010; NCTM, 2014; Awofala, 2017; MacGregor, 2013;) (Nugraheni et al., 2018; Shriki & Patkin, 2016; Regan, 2012).

وبناءً على ما سبق، فالحاجة ملحة إلى أدوات تساعد في تنمية البراعة الرياضية، وتستخدم لحل المشكلات الرياضية الحقيقية في مجالات مختلفة؛ ومن هذه الأدوات: النمذجة الرياضية، التي تعتمد على تحويل المشكلة الحقيقية إلى نموذج رياضي يمكن حله باستخدام الرياضيات وتقنيات الحل الرياضية، من جهة، وتُعد أداة أساسية في تحليل المشكلات واتخاذ القرارات المهمة، من جهة أخرى، وتساهم في تطوير الحلول الفعالة والمستدامة للمشاكل الحقيقية في مختلف المجالات، من جهة ثالثة.

من هنا، يتفق كل من كايزر وشوكاجلو (Kaiser & Schukajlow, 2022) أن النمذجة الرياضية يجب أن تكون جزءاً لا يتجزأ من تدريس الرياضيات على جميع المستويات، وهذا يعني أن الفرد يجب أن يكون قادراً على التعامل مع المشكلات غير الرياضية باستخدام إنشاء نماذج رياضية مناسبة، والتي تتضمن أيضاً القدرة على العمل ضمن هذه النماذج وتفسير النتائج التي تم الحصول عليها لحل المشكلات. ويقدم بولاك (Pollak, 2003) وصفاً بسيطاً لعملية النمذجة الرياضية التي تشمل تمثيل الواقع في شكل نموذج رياضي وتطبيق وتحسين النموذج والتحقق من فاعليته، ولكن عادةً لا يتم اتباع خطوات النمذجة بالترتيب من قبل ممارسي النمذجة الرياضية، بل يتم استخدامها لبناء الحل النهائي للمشكلة. وقد تم تطبيق نماذج عديدة للنمذجة الرياضية؛ فقد تبنت الدراسة الحالية نموذج سيلر وجريفرث (Siller & Greefrath, 2010) الذي يتضمن ثلاث مراحل؛ هي: البيئة الواقعية، والبيئة الرقمية، والبيئة الرياضية.

وفيما يتعلق بأهمية النمذجة الرياضية، يرى كل من كوهين وأورينشتاين (Kohen & Orenstein, 2021) أن التكنولوجيا تعدّ عاملاً قوياً في تدريس الرياضيات وفي مساهمتها في تطوير النمذجة الرياضية لحلّ المشكلات الحقيقية، فقد أثبت البحث التربوي فاعليته في كل مراحل النمذجة وتوضيح كيف يمكنها أن تجد حلولاً لنماذج مشكلات حقيقية تعذر الوصول إليها من خلال الطرق الاعتيادية، وهذا ما أكّده المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) عندما اعتمد مبدأ التكنولوجيا كأحد الأسس التي تُبنى عليها الرياضيات المدرسية؛ إذ يُسهّل هذا المبدأ تنظيم البيانات وتحليلها، والقدرة على إجراء الحسابات بدقة وسرعة، واتخاذ القرارات بشكل فعّال، كما أنّه يُساعد في حلّ المشكلات، ويمكن استخدامه في مجالات الرياضيات المختلفة.

أكدت الدراسات أن دمج التكنولوجيا والموارد الرقمية في تعليم الرياضيات يساهم في تحسين عمليات النمذجة الرياضية، ودعم تعلم الطلبة عند معالجة المشكلات الواقعية، كما يُعد الواقع المعزز أحد أبرز التطبيقات

التي تدمج العناصر الرقمية بالبيئة الحقيقية بما يعزز التفاعل وفهم المفاهيم الرياضية (Geiger, 2011; Greefrath et al., 2018; Cai & Song, 2012).

يُعد الواقعان المعزز والافتراضي من تطبيقات التكنولوجيا التعليمية التي توفر بيئات تعلم تفاعلية، وتساعد الطلبة على تصور المفاهيم المجردة، وزيادة اندماجهم في التعلم من خلال دمج العناصر الرقمية بالمواقف التعليمية الواقعية أو محاكاتها، وهو ما ينعكس إيجاباً على تعلم الرياضيات (Kim et al., 2018; Jamali et al., 2017; Gandolfi, 2018; Williams, 2011).

ويُشار إلى تكامل الواقعين المعزز والافتراضي بمفهوم "الواقع الممتد"، الذي يتيح للمتعلمين التفاعل مع بيئات تعليمية غامرة، ويسهم في نقل المفاهيم الرياضية إلى سياقات أكثر واقعية، مما يعزز الفهم والمشاركة في تعلم الرياضيات (Cheong & Koh, 2018; Cheong et al., 2019; Mikropoulos & Natsis, 2011).

في تعليم الرياضيات، جانباً هاماً لتعزيز التدريس والتعلم، أولاً، ويمثل فرصة مهمة لتعزيز فهم المفاهيم الرياضية وتحفيز المشاركة الفعالة، ثانياً، وبشكل عنصرٍ أساسياً لتطوير مستوى التعليم في مجال الرياضيات، ثالثاً

ومع التطور المتسارع في تقنيات الواقع المعزز والواقع الافتراضي، أصبحت المنصات التعليمية الإلكترونية بيئات مناسبة لتوظيف هذه التقنيات في تدريس الرياضيات؛ إذ توفر محتوى تفاعلياً يدعم مشاركة الطلبة، ويعزز تعلم المفاهيم الرياضية من خلال محاكاة المواقف الواقعية. وتعد منصة JoLearn إحدى المبادرات التي أطلقتها وزارة التربية والتعليم الأردنية لدعم التعلم الرقمي، إذ تتيح تقديم المحتوى التعليمي وإدارة الفصول الافتراضية والأنشطة والتقويم الإلكتروني، بما يسهم في تحسين جودة عملية التعليم والتعلم (صحيفة الرأي الأردنية، ٢٠٢٢).

وفي ضوء تطورات التكنولوجيا الحديثة، تركز الدراسة الحالية على ضرورة تنمية البراعة الرياضية وخاصة في الرياضيات، من خلال استغلال تطورات التكنولوجيا التعليمية وتقنيات تعليم فعالة داخل الغرفة الصفية، مثل النمذجة الرياضية باستخدام الموارد الرقمية التي تساهم في مساعدة الطلبة على تطوير المهارات الرياضية؛ إذ تم استخدام الواقع المعزز، وبخاصة تطبيق (Assemblr edu)، ودمجها في الفصل الافتراضي على المنصة التعليمية. وهكذا، تهدف الدراسة الحالية إلى الكشف عن أثر النمذجة الرياضية الرقمية من خلال استخدام منصة Jolearn التعليمية؛ لتنمية البراعة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي، إذ لم تبحث أي من الدراسات السابقة في استخدام النمذجة الرياضية الرقمية باستخدام المنصة Jolearn التعليمية في تنمية البراعة الرياضية_ على حد علم الباحثة_ لحدثة المنصة.

١،١،١ الدراسات السابقة

أظهرت الدراسات التي تناولت النمذجة الرياضية فاعليتها في تحسين عدد من نواتج التعلم؛ فقد بينت دراسة (Wang et al. (2023 دورها في تنمية الإبداع، في حين أكدت دراسة (Kaygisiz and Şenel (2023 اختلاف مستويات كفاءة الطلبة في النمذجة الرياضية، بينما أشارت دراسة (Gerber et al. (2022 إلى أن توظيف الأدوات الرقمية أسهم في رفع الكفاءة الذاتية للمعلمين قبل الخدمة في النمذجة الرياضية.

وأشارت دراسات أخرى إلى فاعلية دمج التكنولوجيا في النمذجة الرياضية، إذ أوضحت دراسة (Schonbrodt et al. (2022 أهمية الأدوات الرقمية في دعم التعلم التعاوني عبر الإنترنت، بينما بينت دراسة أبو سارة وآخرين (٢٠١٩) فاعلية النمذجة الرياضية المدعومة بالواقع المعزز في تنمية الحس المكاني، كما أظهرت دراسة سالم وسعيد (٢٠٢٣) تحسن البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة نتيجة التعلم الإلكتروني التشاركي.

كما أكدت الدراسات التي تناولت الواقع المعزز في تعليم الرياضيات فاعليته في تنمية عدد من المتغيرات التعليمية؛ فقد أظهرت دراسة الحلو (٢٠٢٢) أثره في تنمية البراعة الرياضية والتفكير البصري، بينما بينت دراسة السعيد والنجراني (٢٠٢١) دوره في تحسين التفكير البصري والدافعية، وأكدت دراسة (Cahyono et al. (2021 أهميته في دعم النمذجة الرياضية، كما أوضحت دراسة (Agustika (2021 أثره في تحسين تعلم الرياضيات، في حين أثبتت دراسة الشمراني (٢٠٢٠) فاعليته في تنمية البراعة الرياضية.

يتضح من الدراسات السابقة أنها أكدت فاعلية النمذجة الرياضية والواقع المعزز في تنمية عدد من المتغيرات المرتبطة بتعليم الرياضيات، إلا أن معظمها تناول هذه المتغيرات بصورة منفصلة، في حين تميزت

الدراسة الحالية بدمج النمذجة الرياضية الرقمية والواقع المعزز عبر منصة JoLearn لقياس أثرها في البراعة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي.

مشكلة الدراسة وأسئلتها

يشهد تعليم الرياضيات تطورًا متسارعًا في توظيف التقنيات الرقمية، ولا سيما النمذجة الرياضية وتطبيقات الواقع المعزز والواقع الافتراضي، لما لها من دور في دعم تعلم المفاهيم الرياضية وتنمية مهارات التفكير وحل المشكلات. ورغم ذلك، ما تزال نتائج العديد من الدراسات والمؤشرات التربوية تشير إلى وجود ضعف لدى الطلبة في أبعاد البراعة الرياضية، مما يستدعي البحث عن مداخل تدريسية أكثر فاعلية. كما أن الدراسات التي تناولت النمذجة الرياضية الرقمية المدعومة بتقنيات الواقع الممتد عبر منصة JoLearn، وأثرها في تنمية البراعة الرياضية لدى طلبة المرحلة الأساسية، ما تزال محدودة، خاصة في البيئة الأردنية. وانطلاقًا من ذلك، جاءت هذه الدراسة للتحقق من فاعلية النمذجة الرياضية الرقمية عبر منصة JoLearn في تعزيز البراعة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي.

أسئلة الدراسة

وتحديداً، حاولت الدراسة الإجابة على الأسئلة التالية:

١. هل تختلف أداءات طلبة الصف الثامن اختلافاً ذا دلالة إحصائية عند (٠,٠٥) على اختبار البراعة الرياضية، وعلى كل بعد من أبعاده باختلاف طريقة التدريس (نمذجة رياضية رقمية من خلال منصة Jolearn، الطريقة الاعتيادية)؟
٢. هل تختلف درجة تقديرات طلبة الصف الثامن اختلافاً ذا دلالة إحصائية عند (٠,٠٥) على مقياس الميل المنتج باختلاف طريقة التدريس (النمذجة الرياضية، الطريقة الاعتيادية)؟

أهمية وأهداف الدراسة

أهمية الدراسة

١. **الأهمية التطبيقية:** تتمثل الأهمية التطبيقية للدراسة في تقديم نموذج لتوظيف النمذجة الرياضية الرقمية عبر منصة JoLearn في تدريس الرياضيات، بما يساهم في دعم ممارسات معلمي الرياضيات، وإفادة مطوري المناهج والمحتوى الرقمي في تصميم أنشطة تعليمية قائمة على التقنيات الحديثة، إضافة إلى توفير دليل يمكن الاستفادة منه في توظيف تطبيقات الواقع المعزز والواقع الافتراضي في البيئة الصفية.
٢. **الأهمية النظرية:** وتتمثل الأهمية النظرية في إثراء الأدبيات التربوية المتعلقة بالنمذجة الرياضية الرقمية وتقنيات الواقع الممتد في تعليم الرياضيات، وتقديم دليل بحثي حول فاعلية توظيفها في تنمية البراعة الرياضية لدى طلبة المرحلة الأساسية، بما يفتح المجال أمام دراسات مستقبلية في هذا المجال

هدف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن فاعلية النمذجة الرياضية الرقمية عبر منصة JoLearn في تعزيز البراعة الرياضية بأبعادها (الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والتبرير التكميلي، والميل المنتج) لدى طلبة الصف الثامن الأساسي. كما هدفت إلى تقويم فاعلية توظيف منصة JoLearn بوصفها بيئة داعمة لتطبيق النمذجة الرياضية الرقمية.

التعريفات الإجرائية

منصة Jolearn

منصة تعليمية إلكترونية تابعة لوزارة التربية والتعليم الأردنية، استُخدمت في هذه الدراسة لتقديم المحتوى التعليمي، وإدارة الفصل الافتراضي، وتوظيف تطبيقات الواقع المعزز في تدريس وحدة المعادلات الخطية بمتغيرين لطلبة الصف الثامن الأساسي.

الواقع الافتراضي

الفصل الافتراضي الذي تم إضافة طالبات الصف الثامن الأساسي داخله عبر منصة JoLearn وإعطاء الدُّروس من خلاله.

الواقع المعزز

تقنيات يتم فيها دمج الواقع الافتراضي الرقمي مع الواقع الحقيقي الرياضي؛ ليتكوّن من واقعين مدمجين بواسطة تطبيق Assemblr edu المتمثل بتقنيات ثنائية وثلاثية الأبعاد، والصور والفيديو والرسومات والكتابة وتقديم الدروس؛ وذلك لجعل الطلبة أكثر تفاعلاً مع المحيط الخارجي من خلال المحتوى الحقيقي الرّقمي.

النمذجة الرياضية الرقمية

تتحدد بثلاث مراحل: بيئة حقيقية واقعية، وبيئة رقمية، وبيئة رياضية، بحيث يتم استخدام تقنيات الواقع الافتراضي والواقع المعزز لإنشاء نماذج رياضية وواقعية بطريقة رقمية.

النمذجة الرياضية الرقمية

هي توظيف تقنيات الواقع المعزز والواقع الافتراضي عبر منصة JoLearn لإنشاء نماذج رياضية تفاعلية تربط بين المواقف الحياتية والمفاهيم الرياضية، وفق ثلاث مراحل هي: البيئة الحقيقية، والبيئة الرقمية، والبيئة الرياضية (Siller & Greefrath, 2010). ويقصد بها في هذه الدراسة استخدام هذه البيئة الرقمية في تدريس وحدة المعادلات الخطية بمتغيرين؛ بهدف تنمية البراعة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي.

البراعة الرياضية

مجموعة من الكفايات الرياضية المتمثلة بالفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والتبرير التكميلي، ويقاس الأداء على اختبار البراعة الرياضية بأبعادها بالعلامة التي تحصل عليها طالبات الصف الثامن الأساسي على اختبار البراعة الرياضية، إضافة إلى البعد الخامس للبراعة الرياضية الميل المنتج، ويقاس بدرجة التقديرات التي تحصل عليها الطالبة في مقياس الميل المنتج المعد لهذا الغرض.

حدود الدراسة ومحدداتها

اقتصرت حدود الدراسة ومحدداتها كالتالي:

- **الحدود الموضوعية:** اقتصرت الدراسة على النمذجة الرياضية الرقمية (الواقع الافتراضي والواقع المعزز) في وحدة المعادلات الخطية بمتغيرين للصف الثامن الأساسي من خلال منصة Jolearn التعليمية، وقياس أثر البراعة الرياضية بأبعادها الخمسة وهي: الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإستراتيجية، والتبرير التكميلي، والميل المنتج.
- **الحدود البشرية:** اقتصرت الدراسة على أفراد مجموعتي الدراسة من طالبات الصف الثامن الأساسي البالغ عددهن (٦٠) طالبة.
- **حدود مكانية:** طُبقت هذه الدراسة في مدرسة خالدة القرشية الثانوية المختلطة التابعة لمدارس محافظة البلقاء التابعة لمديرية قصبة السلط.
- **حدود زمنية:** طُبقت هذه الدراسة بواقع (٢٠) حصة صفيّة، بواقع (٥) حصص في الأسبوع في الفصل الدّرّاسي الأول للعام الدّرّاسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤.
- **تحددت نتائج الدّراسة وإمكانية تعميمها في ضوء أدوات جمع البيانات، التي أعدت من قبل الباحث الأول، وما تحقق من صدق وثبات الأدوات (اختبار البراعة الرياضية بأبعادها الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الإستراتيجية، والتبرير التكميلي، ومقياس الميل المنتج (البعد الخامس).**

الطريقة والإجراءات

منهج الدراسة

تم استخدام المنهج التجريبي ذا التصميم شبه التجريبي بتصميم قبلي - بعدي لمجموعتين: تجريبية وضابطة، بهدف تقصي فاعلية النمذجة الرياضية المدعّمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزز من خلال منصة JoLearn التعليمية في تعزيز البراعة الرياضية.

متغيرات الدراسة

١. متغير مستقل: ويمثل طريقة التدريس وله مستويان:

- النمذجة الرياضية الرقمية من خلال استخدام منصة JoLearn التعليمية.
- التدريس الاعتيادي.

٢. متغير تابع: في الدراسة متغير تابع، وهو: البراعة الرياضية؛ تضمن الأداء على اختبار البراعة الرياضية بأبعادها: الأداء على اختبار الفهم المفاهيمي، والأداء على اختبار الطلاقة الإجرائية، والأداء على الكفاءة الإستراتيجية، والأداء على التبرير التكميلي، وكذلك التقديرات على البعد الخامس للبراعة الرياضية (مقياس الميل المنتج).

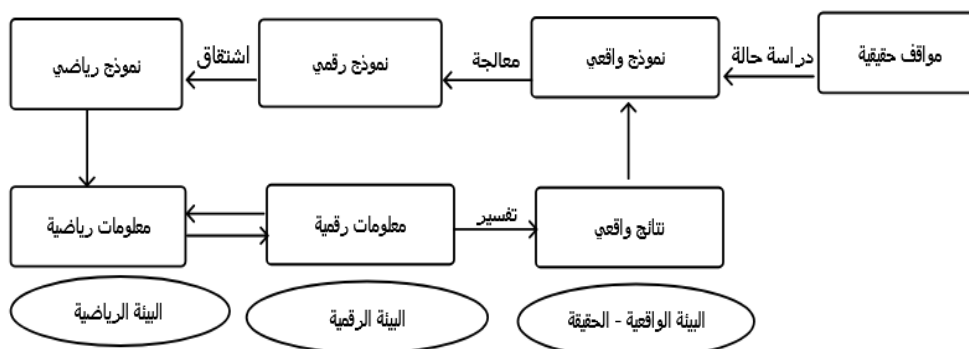
عينة الدراسة

تم اختيار عينة متيسرة من طالبات الصف الثامن الأساسي للفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ في إحدى المدارس التابعة لمديرية قسبة السلط؛ إذ تكونت العينة من (٦٠) طالبة موزعة على مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة بالتساوي.

المادة التعليمية وفق النمذجة الرياضية الرقمية باستخدام منصة JoLearn التعليمية

تم إعداد مادة تعليمية وفقاً للنمذجة الرياضية الرقمية من خلال منصة Jolearn التعليمية، بحيث تم اختيار وحدة المعادلات الخطية بمتغيرين من كتاب الرياضيات المقرر لطلبة الصف الثامن والمكونة من خمسة دروس (المعادلة الخطية بمتغيرين بالصورة القياسية، وميل المستقيم، والمعادلة الخطية بصورة الميل والمقطع)، والمعادلة الخطية بصيغة الميل والنقطة، والمستقيمات المتوازية والمتعامدة)، وتم تحديد نتائج التعلم الموزعة على خمسة دروس بشكل يتم تطبيقها على (٢٠) حصة صفية، بواقع (٥) حصص أسبوعياً، مدة الحصة ٤٥ دقيقة لكل حصة.

وتم صياغة الوحدة بناءً على النمذجة الرياضية ببيئاتها الثلاثة (البيئة الحقيقية، والبيئة الرقمية، والبيئة الرياضية) ضمن دليل المعلم، وذلك بعرض الدرس بشكل مهمة حياتية تحاكي نموذجاً حياتياً، ويقوم الطلبة بترجمة وتحليل بيانات المهمة ومعالجتها للحصول على النموذج الرقمي بهدف الوصول الى النموذج الرياضي وتفسير نتاجاته، بناءً على البيئة الحقيقية، عن طريق استخدام نموذج سيلر وجريفرات (Siller & Greefrath, 2010) كما في الشكل (١).



الشكل (١): مراحل النمذجة الرياضية (Siller & Greefrath, 2010)

وتكونت عملية النمذجة الرياضية المدعّمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزز من ثلاث مراحل، وهي كالتالي:

- **المرحلة الأولى:** بيئة واقعية - حقيقية، تتمثل في فهم البيئة الحقيقية وجمع البيانات ومعالجة المعلومات المتعلقة بالنموذج الرياضي المراد استخدامه.
 - **المرحلة الثانية:** البيئة الرقمية، وتتمثل هذه المرحلة في تحويل البيانات والمعلومات التي تم جمعها في المرحلة السابقة إلى بيئة رقمية حيث يمكن استخدام تقنية الواقع المعزز لتصميم دروس النمذجة الرياضية من خلال تطبيق "Assemblr Edu" ليكون أداة تعليمية ممتعة وتفاعلية للطلبة والمعلمين في مجال التعلم عبر الواقع المعزز ثلاثي وثلاثي الأبعاد، ويمكن للمعلم استخدام هذا التطبيق لتقديم دروس تفاعلية ثلاثية الأبعاد مع استخدام الصور ومقاطع الفيديو والنصوص.
 - **المرحلة الثالثة:** البيئة الرياضية، وتتمثل هذه المرحلة في إنشاء نموذج رياضي للمشكلات الحقيقية والتعرف على مفاهيمها واختبارها وتفسيرها بناءً على ما تم تعلمه.
- وتم التحقق من الصدق الظاهري للمادة التعليمية، وذلك بعرضها على (١٠) محكمين من ذوي الاختصاص في قسم المناهج وطرق التدريس وقسم الرياضيات وقسم التكنولوجيا المعلومات من خلال تزويدهم بالنسخة الإلكترونية والورقية، ومن أمثلة التعديلات: طريقة العرض، وتسلسل النماذج الرقمية، ووضوحها؛ لتتوافق مع موضوع الدرس، كما تم تعديل بعض الأمثلة الرياضية من لغة رياضية وصياغة، بحيث تراعي الفروقات الفردية للطلبة؛ وهكذا، تم إجراء التعديل اللازم في ضوء ملاحظاتهم وآرائهم.

أدوات الدراسة

دليل المُعلّم

بعد الاطلاع على الدراسات السابقة والأدب النظري (Weljlalai & Kaufmann, 2023؛ Haocheong, 2022؛ Thamrongrat & Law, 2021؛ Tovar et al., 2020) تم إعداد دليل المعلم، وذلك من خلال إعادة الصياغة للمادة التعليمية، وفقاً للنمذجة الرياضية المدعّمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزز، وبالاكتفاء على نتائج التعلم للوحدة.

اشتمل الدليل على مُقدّمة عن النمذجة الرياضية المستخدمة، ودليل استخدام المنصة التعليمية Jolearn، ودليل استخدام تطبيق Assemblr Edu للواقع المعزز، والخطة الزمنية لتدريس الوحدة، وتحديد الأهداف العامة للوحدة، وقد تم تخطيط الدروس وفقاً للنمذجة الرياضية التي تتضمن: عنوان الدرس، وعدد الحصص، والهدف العام للدرس، ونتائج التعلم لكل درس، والوسائل والأدوات التعليمية، والأنشطة والمهام والمسائل الحياتية التي أعطيت أثناء الحصّة الصفّية، والإرشادات والتوجيهات من المعلم. كما تم عرض كلّ من دور المعلم والمُعلّم في تطبيق المنصة باستخدام الواقع المعزز.

وللتأكد من صدق بناء دليل المعلم وتوافق محتواه، تم عرض الدليل على (١٠) محكمين من ذوي الاختصاص في مناهج الرياضيات وطرق تدريسها وتكنولوجيا المعلومات بصورته الأولى، من أجل الأخذ بملاحظاتهم وإجراء التعديلات اللازمة؛ فتم تعديل بعض الأشكال الواردة في المادة التعليمية بما يتناسب مع المحتوى، وتعديل بعض الأمثلة الرياضية وحذف بعضها، وتعديل الصياغة اللغوية والرياضية، وتحديد ما الذي يظهر للطلاب في البيئة الرقمية، وتعديل الصياغة اللغوية، وإضافة رمز الاستجابة السريعة (QR) في المرحلة الرقمية، وتحديد الاستنتاجات للنموذج الرياضي لكل موقف حياتي في المرحلة الأخيرة، وتم إجراء التعديلات اللازمة في ضوء ملاحظاتهم وآرائهم.

وبعد تحكيم الدليل، تم تحميل ما تم إعداده على المنصة، بتصميم النماذج الحياتية المكوّنة من فيديوهات توضح المهمات المتضمنة في الدليل، وتحكيم ما تم إضافته على المنصة من دروس ومهام، وتنزيل واجب بيتي بعد كل حصّة على الفصل الافتراضي، وأثناء التجربة تم تصميم النماذج الرقمية الثنائية والثلاثية الأبعاد استناداً إلى تطبيق الواقع المعزز Assemblr Edu، وتحكيم ما تم تنزيله على المنصة من قبل المختصين، وتم إجراء التعديلات اللازمة في ضوء ملحوظاتهم وآرائهم.

اختبار البراعة الرياضية

بعد الاطلاع على الدراسات السابقة والأدب النظري (Cahyono et al., 2021, Junpeng et, 2020; Haslam, 2020; Dolores-Flores et al., 2021) المتعلق بالبراعة الرياضية المكوّنة من أربعة أبعاد: (الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والتبرير التكيّفي)، تم بناء الاختبار، إذ تكون في صورته النهائية من (٣٨) سؤالاً، بواقع (١٦) سؤالاً موضوعياً و(٢٢) سؤالاً مقالياً، حسب الأبعاد الأربعة للبراعة الرياضية.

ومن أجل التحقق من صدق المحتوى للاختبار، تم عرضه على (١٠) من المختصين في مناهج الرياضيات وطرق تدريسها للكشف عن مدى تحقيق الاختبار للأهداف المحددة، وملاءمته للفئة العمرية المستهدفة، بالإضافة إلى دقة صياغته العلمية. فكانت الفقرات بالصورة الأولى: (١٢) سؤالاً موضوعياً، و(١) سؤالاً مقالياً في بعد الفهم المفاهيمي، وفي بعد الطلاقة الإجرائية (٤) أسئلة، وفي بعد الكفاءة الاستراتيجية (٥) أسئلة، وفي بعد التبرير التكيّفي (٩) فقرات. وفي ضوء اقتراحاتهم وملحوظاتهم، تم تعديل بعض المسائل من حيث الصياغة اللغوية والرياضية، وحذف (٣) فقرات من بعد الفهم المفاهيمي والطلاقة الإجرائية، ونقل فقرات من بعد التبرير التكيّفي إلى بعد الطلاقة الإجرائية، وإضافة (٩) فقرات إلى أبعاد الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والتبرير التكيّفي؛ فأصبحت في صورتها النهائية: (١٦) سؤالاً لبعد الفهم المفاهيمي، و(١١) سؤالاً لبعد الطلاقة الإجرائية، و(٥) أسئلة لبعد الكفاءة الاستراتيجية، و(٦) أسئلة لبعد التبرير التكيّفي.

وبعد ذلك، تم تجربة الاختبار على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة، تكونت من (٢٥) طالبة من الصف التاسع الأساسي -وذلك لأن وحدة المعادلات الخطية بمتغيرين تُعرض لطلبة الصف الثامن لأول مرة- وذلك للتأكد من صدق الاتساق الداخلي وثبات الاختبار، واحتساب مدة الاختبار المناسبة؛ فكان متوسط زمن الاختبار (٩٠) دقيقة.

كما تم حساب صدق الاتساق الداخلي للاختبار بحساب ارتباط كل فقرة مع الدرجة الكلية، وبين كل فقرة وارتباطها بالمجال الذي تنتمي إليه، وبين المجالات بعضها بعضاً والدرجة الكلية، إذ تراوحت القيم بين (٠,٥٩٢-٠,٨٩١). وقد تراوحت معاملات ارتباط الفقرات مع الأداة ككل بين (٠,٤٣-٠,٧١)، ومع المجال بين (٠,٤٥-٠,٨٨). وتجدر الإشارة إلى أن جميع المعاملات كانت دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0,05$)، ولذا لم يتم حذف أي من هذه الفقرات.

كما تم حساب معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار، حيث تم اعتماد النسبة المئوية للطلبة الذين أجابوا عن الفقرة إجابة خاطئة معامل صعوبة لكل فقرة من فقرات الاختبار، والتي تراوحت بين (٠,٢٥-٠,٨٠)، بينما حُسب معامل التمييز لكل فقرة، وتراوح بين (٠,٤٣-٠,٧١). وعليه، فلم تُحذف أي من الفقرات بناءً على معامل الصعوبة أو معامل التمييز.

أما بالنسبة لتصحيح اختبار البراعة الرياضية، فقد تم تصميم قاعدة تصحيح بتدريج ثلاثي (٠، ١، ٢) لكل فقرة من فقرات الاختبار، بواقع (١٦) سؤالاً موضوعياً و(٢٢) سؤالاً مقالياً؛ إذ تم تصحيح الأسئلة الموضوعية مع التبرير على النحو الآتي: (٢) إجابة صحيحة وتبرير صحيح، (١) إجابة صحيحة وتبرير خاطئ أو العكس، (٠) إجابة خاطئة وتبرير خاطئ. حيث بلغت العلامة القصوى للاختبار ككل (٧٦)، وبلغت (٣٢)، و(٢٢)، و(١٠)، و(١٢) لأبعاد الفهم المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والتبرير التكيّفي، على التوالي، بينما بلغت العلامة الصغرى (٠).

وللتأكد من ثبات الاختبار، فقد تم التحقق منه بطريقة الاختبار وإعادة الاختبار (Test-Retest)، وذلك بتطبيق الاختبار وإعادة تطبيقه بعد أسبوعين على العينة الاستطلاعية نفسها، ثم حساب معامل ارتباط بيرسون بين نتائج الطالبات في المرتين؛ إذ بلغ (٠,٩١) للاختبار ككل. كما تم حساب معامل الثبات بطريقة الاتساق الداخلي حسب معادلة كرونباخ ألفا؛ إذ بلغ (٠,٨٣) للاختبار ككل.

وتم التأكد من ثبات التصحيح عبر الأشخاص، وذلك من خلال الاستعانة بزميلة من الدراسات العليا -بعد اطلاعها على الموضوع-، وذلك بحساب معامل التوافق بين المصححين باستخدام معادلة كوبر (الوكيل والمفتي، ٢٠٠٧: ٢٨٨)، حيث بلغ معامل الثبات عبر الأشخاص (٩٥٪)، كما حُسب ثبات التصحيح عبر الزمن من قبل الباحث الأول، وبلغ (٩٤٪).

مقياس الميل المنتج

بعد مراجعة الأدب النظري والبحثي، مثل دراسة (Haji et al., 2019؛ et al., 2023 Rohman) ؛ NRC, 2001؛ Siegfried, 2012؛ Awofala, 2017) لتحديد مكونات مقياس الميل المنتج الذي يمثل المكون الوجداني للبراعة الرياضية، ويُعد البعد الخامس من أبعاد البراعة الرياضية، تم تحديد أبعاد المقياس، والمكونة من: رؤية الرياضيات بأنها مفيدة وذات منفعة وجديرة بالاهتمام، وبذل الجهد المستمر، والثقة بالنفس، والمثابرة، إلى جانب الرغبة في المشاركة. وتم إعداد (٢٥) فقرة في صورته الأولية.

وللتأكد من صدق المحتوى لمقياس الميل المنتج، تم عرضه على (١٠) من المحكمين في مناهج الرياضيات وطرق تدريسها، لإبداء آرائهم في مدى وضوح الفقرات وسلامتها العلمية واللغوية، ومدى ملاءمة الفقرات لكل مجال، بالإضافة إلى أي آراء أخرى قد يرونها مناسبة، سواء بالحذف أو الإضافة أو الدمج. فتكونت صورته الأولية من (٢٥) فقرة، وفي ضوء آراء المحكمين تم حذف الفقرة (٧)؛ لعدم انتمائها إلى المجال الثاني، وإعادة صياغة الفقرتين (١٨) و(٢١). وتم الإبقاء على الفقرات التي حصلت على نسبة موافقة (٨٠٪) فأكثر، حيث بلغ عدد الفقرات في صورته النهائية (٢٤) فقرة بعد حذف فقرة واحدة من فقرات الأداة، وتوزعت على النحو الآتي: المجال الأول (٧) فقرات، والثاني (١٣) فقرة، والثالث (٤) فقرات.

ومن أجل تحديد كيفية الإجابة عن مقياس الميل المنتج، فقد استخدم تدرج ليكرت الخماسي (دائمًا، غالبًا، أحيانًا، نادرًا، أبدًا)، وبتدرج رقمي (١، ٢، ٣، ٤، ٥) على التوالي للفقرات الإيجابية، وتدرج رقمي (٥، ٤، ٣، ٢، ١) للفقرات السالبة، حيث بلغت الدرجة القصوى (١٢٠)، والدرجة الصغرى (٢٤).

وتم التحقق من صدق الاتساق الداخلي بحساب معامل ارتباط بيرسون بين الفقرة والدرجة الكلية للمقياس، وبين الفقرة ومجالها، وبلغت على التوالي (٠,٨٩-٠,٣٨)، و(٠,٨٢-٠,٣٨)، وهي دالة إحصائيًا عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$)، ومقبولة لإجراء هذه الدراسة (عودة، ٢٠١٤: ٣٣٠). وقد تم تطبيق المقياس على عينة استطلاعية من مجتمع الدراسة، وهم طلبة الصف الثامن، ومن خارج عينة الدراسة، بلغ عددها (٢٠) طالبًا.

وللتحقق من ثبات مقياس الميل المنتج، تم تطبيق طريقتين: الأولى، طريقة الاختبار وإعادة الاختبار، حيث تم تطبيق المقياس على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة بلغ عددها (٢٠) طالبة، وذلك بتطبيقه مرتين وبفاصل زمني مقداره أسبوعان، ثم حُسب معامل ارتباط بيرسون بين نتائج التطبيقين. أما الطريقة الثانية، فقد استخدمت طريقة كرونباخ ألفا للاتساق الداخلي، إذ تراوحت معاملات الثبات بطريقة الاستقرار بين المجالات (٠,٧٦-٠,٧٠)، وبلغ معامل الثبات الكلي (٠,٨٢)، كما تراوحت معاملات الثبات بطريقة كرونباخ ألفا للمجالات بين (٠,٧١-٠,٧٧)، وبلغ معامل الثبات الكلي (٠,٨٤).

الإجراءات

- بعد تحديد مشكلة الدراسة وأسئلتها، ومراجعة الأدب النظري والدراسات السابقة المتعلقة بالنمذجة الرياضية الرقمية، والواقع المعزز، والواقع الافتراضي، والمنصات التعليمية، والبراعة الرياضية، تم تحليل محتوى وحدة المعادلات الخطية بمتغيرين، وإعداد المادة التعليمية وفق النمذجة الرياضية الرقمية عبر منصة JoLearn، كما أعد دليل المعلم، واختبار البراعة الرياضية، ومقياس الميل المنتج، ثم عُرضت المادة التعليمية والأدوات على مجموعة من المحكمين، وأُجريت التعديلات اللازمة في ضوء ملاحظاتهم، قبل الحصول على الموافقات الرسمية اللازمة لتطبيق الدراسة.
- تحديد عينة الدراسة، المكونة من مجموعتين: مجموعة تجريبية عددها (٣٠) طالبة، تدرس بطريقة النمذجة الرياضية الرقمية، ومجموعة ضابطة مكونة من (٣٠) طالبة درست بالطريقة الاعتيادية.
- إنشاء فصل افتراضي من خلال منصة JoLearn التعليمية للمجموعة التجريبية المكونة من (٣٠) طالبة، ورفع الدروس المكونة من المهمات، وتنزيل الواجبات على المنصة.
- أُجريت تطبيقات استطلاعية للتحقق من صلاحية المادة التعليمية، واختبار البراعة الرياضية، ومقياس الميل المنتج، والتأكد من وضوحها وملاءمتها قبل تطبيقها على عينة الدراسة الرئيسية.
- تقديم الاختبار القبلي لمجموعتي الدراسة بكافة أبعاده الأربعة، بالإضافة إلى مقياس الميل المنتج.
- تم تدريب أفراد المجموعة التجريبية على استخدام منصة JoLearn وتطبيق Assemblr Edu قبل البدء بتنفيذ التجربة.

- تطبيق المعالجة للمجموعة التجريبية بواقع (٢٠) حصة، بواقع (٥) حصص أسبوعياً، وتم تدريس المجموعة الضابطة بالطريقة الاعتيادية من قبل المعلم نفسه .
- تقديم الاختبار البعدي بكافة أبعاده، ومقياس الميل المنتج بعد الانتهاء من التجربة، وذلك لمجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة على حصتين متتاليتين .
- تم تصحيح الاختبار، والتأكد من ثبات تصحيحه، وتصحيح مقياس الميل المنتج، وتفرغ بيانات المجموعتين التجريبية والضابطة، وإجراء التحليلات الإحصائية المناسبة لمعرفة النتائج ومناقشتها .

المعالجة الإحصائية

للإجابة عن السؤالين الأول والثاني، تم حساب الأوساط الحسابية، والانحرافات المعيارية، والأوساط الحسابية المعدلة لأداء طلبة الصف الثامن على اختبار البراعة الرياضية في القياسين القبلي والبعدي، للاختبار ككل، تبعاً لطريقة التدريس (النمذجة الرياضية، والطريقة الاعتيادية). ولمعرفة ما إذا كانت الفروق الظاهرية ذات دلالة إحصائية، تم استخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA)، كما تم استخدام تحليل التباين المصاحب المتعدد (One-way MANCOVA) للأبعاد مجتمعة، وذلك بهدف التحقق من جوهرية الفروق الظاهرية بين أداء المجموعتين.

نتائج الدراسة ومناقشتها

نتائج السؤال الأول ونصه: هل تختلف أداءات طلبة الصف الثامن اختلافاً ذا دلالة إحصائية عند (٠,٠٥) على اختبار البراعة الرياضية ككل وعلى كل بعد من أبعاده باختلاف طريقة التدريس نمذجة رياضية رقمية من خلال منصة JoLearn، الاعتيادية؟ وللإجابة عن هذا السؤال تم استخراج الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية والوسط الحسابي المعدل للاختبار ككل حسب طريقة التدريس وبين الجدول (١) هذه النتائج.

جدول (١): الأوساط الحسابية، والانحرافات المعيارية، والأوساط الحسابية المعدلة لأداءات طلبة الصف الثامن على اختبار البراعة الرياضية ككل في القياسين القبلي والبعدي تبعاً لطريقة التدريس

طريقة التدريس	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي		الوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
		الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري		
النمذجة الرياضية JoLearn	٣٠	١١,٤٧	٥,٧٤	٢٧,٧٧	١١,٣٢	٢٧,٦٨	١,٩٦
الاعتيادية	٣٠	١٠,٧٣	٣,٨٩	١٦,٩٣	١٠,٠٤	١٧,٠٢	١,٩٦

*العلامة القصوى = ٧٦

يتضح من الجدول (١) أن الوسط الحسابي لأداء الطلبة على اختبار البراعة الرياضية الذين درسوا باستخدام طريقة النمذجة الرياضية JoLearn قد بلغ (١١,٤٧)، في حين بلغ الوسط الحسابي للذين درسوا باستخدام الطريقة الاعتيادية (١٠,٧٣)، وهذا يبين وجود فرق ظاهري بين الأوساط الحسابية لأداءات طلبة الصف الثامن على اختبار البراعة الرياضية في القياس البعدي وفقاً لطريقة التدريس، ولمعرفة فيما إذا كان هذا الفرق ذا دلالة إحصائية، تم استخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) للقياس البعدي لاختبار البراعة الرياضية ككل وفقاً لطريقة التدريس، وفيما يلي عرض لهذه النتائج كما هو مبين في الجدول (٢).

جدول (٢): نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) للقياس البعدي لأداء طلبة الصف الثامن على اختبار البراعة الرياضية ككل وفقاً لطريقة التدريس

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة	مربع إيتا η^2
القياس القبلي	٧٧,٥٦	١	٧٧,٥٦	٠,٦٧	٠,٤٢	
طريقة التدريس	١٦٩٤,٨٢	١	١٦٩٤,٨٢	١٤,٧٣	٠,٠٠	٠,٢١
الخطأ	٦٥٥٩,٦٧	٥٧	١١٥,٠٨			
الكلي	٨٣٩٧,٦٥	٥٩				

يتضح من الجدول (٢) وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = 0.05$)، في أداءات طلبة الصف الثامن على اختبار البراعة الرياضية الكلي وفقاً لطريقة التدريس، مما يعني وجود أثر لطريقة التدريس، ولصالح المجموعة التجريبية التي درست الوحدة التعليمية من خلال النمذجة الرياضية المدعمة بالفصل الافتراضي والواقع المعزز، مقارنة بالطريقة الاعتيادية. كما يتضح من الجدول (٢) أن حجم أثر طريقة التدريس كان كبيراً؛ فقد فسرت قيمة مربع إيتا (η^2) ما نسبته (٢١٪) من التباين المفسر في المتغير التابع.

وتم حساب الأوساط الحسابية، والانحرافات المعيارية، للقياسين القبلي والبعدي لأبعاد اختبار البراعة الرياضية وفقاً لطريقة التدريس (النمذجة الرياضية المدعمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزز من خلال منصة JoLearn، والطريقة الاعتيادية)، والأوساط الحسابية المعدلة للاختبار البعدي، كما هو مبين في الجدول (٣).

جدول (٣): الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية والأوساط الحسابية المعدلة للقياسين القبلي والبعدي لأبعاد اختبار البراعة الرياضية وفقاً لطريقة التدريس

الأبعاد	طريقة التدريس	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي		الوسط الحسابي	الخطأ المعياري
			الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري		
*الفهم المفاهيمي	النمذجة الرياضية	٣٠	٧,١٧	٢,٩٥	١١,٦٧	٤,٥٨	١١,٨٤	٠,٨٥
	JoLearn	٣٠	٦,٥٧	١,٨٥	٨,٢	٥,٥١	٨,٠٣	٠,٨٥
**الطلاقة الإجرائية	النمذجة الرياضية	٣٠	٢,١٣	٢,٠٣	٩,٥٧	٥,٤١	٩,٧٢	٠,٨٦
	JoLearn	٣٠	١,٩	٢,١٩	٥,٣	٤,٦٤	٥,١٥	٠,٨٦
***الكفاءة الاستراتيجية	النمذجة الرياضية	٣٠	١,٤٧	١,٧٦	٣,٤٣	٢,٤٧	٣,٥١	٠,٣٨
	JoLearn	٣٠	١,٥٣	١,٢٢	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٦	٠,٣٨
****التبرير التكيفي	النمذجة الرياضية	٣٠	٠,٧	١,١٢	٣,١	٢,٤٧	٣,١٤	٠,٣٣
	JoLearn	٣٠	٠,٧٣	٠,٩٤	١,٧	١,٣٤	١,٦٦	٠,٣٣

العلامة القصوى: *الفهم المفاهيمي (٣٢)، **الطلاقة الإجرائية (٢٢)، ***الكفاءة الاستراتيجية (١٠)، ****التبرير التكيفي (١٢).

تبين من الجدول (٣) أن الوسط الحسابي المعدل لأبعاد البراعة الرياضية لدى الطلبة الذين درسوا بطريقة النمذجة الرياضية من خلال منصة JoLearn بلغ في بعد الفهم المفاهيمي (١١,٨٤)، والطلاقة الإجرائية (٩,٧٢)، والكفاءة الاستراتيجية (٣,٥١)، والتبرير التكيفي (٣,١٤)، في حين بلغ الوسط الحسابي المعدل لدى الذين درسوا بالطريقة الاعتيادية، كالتالي: الفهم المفاهيمي (٨,٠٣)، والطلاقة الإجرائية (٥,١٥)، والكفاءة الاستراتيجية (١,٦٦)، والتبرير التكيفي (١,٦٦). ويتبين وجود فروق ظاهرية بين الأوساط الحسابية في القياس البعدي لأبعاد اختبار البراعة الرياضية ناتجة عن اختلاف طريقة التدريس (النمذجة الرياضية المدعمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزز من خلال منصة JoLearn، والطريقة الاعتيادية). وبهدف التحقق من جوهرية الفروق الظاهرية، تم تطبيق تحليل التباين المصاحب المتعدد (One-way ANCOVA) للأبعاد مجتمعة، وذلك كما هو مبين في الجدول (٤).

جدول (٤): نتائج تحليل التباين المصاحب المتعدد لأثر طريقة التدريس على أبعاد اختبار البراعة الرياضية مجتمعة

الأثر	نوع الاختبار المتعدد	قيمة الاختبار المتعدد	ف الكلية	درجة حرية الفرضية	درجة حرية الخطأ	احتمالية الخطأ	حجم الأثر η^2
طريقة التدريس	Hotelling's Trace	٠,٥٢	٦,٦٠	٤,٠	٥١,٠٠	٠,٠٠	٠,٣٤

يتبين من الجدول (٤) وجود أثر ذي دلالة إحصائية لطريقة التدريس عند مستوى الدلالة (٠,٠٥) على القياس البعدي لأبعاد اختبار البراعة الرياضية مجتمعة، حيث بلغت قيمة هوتلينج (٠,٥٢)، ولتحديد على أي بعد من الأبعاد كان أثر طريقة التدريس، فقد تم إجراء تحليل التباين المتعدد المصاحب (MANCOVA) كما هو مبين في الجدول (٥).

جدول (٥): تحليل التباين المتعدد المصاحب (One-way ANCOVA) لأثر طريقة التدريس على القياس البعدي لكل بعد من أبعاد اختبار البراعة الرياضية

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	وسط مجموع المربعات	ف	احتمالية الخطأ	حجم الأثر η^2
الفهم المفاهيمي القبلي (المصاحب)	٢٤,٢٨	١	٢٤,٢٨	١,١٣	٠,٢٩	
الطلاقة الإجرائية القبلي (المصاحب)	٩,٠١	١	٩,٠١	٠,٤١	٠,٥٢	
الكفاءة الاستراتيجية القبلي (المصاحب)	١,٦٥	١	١,٦٥	٠,٣٩	٠,٥٤	
التبرير التكيفي القبلي (المصاحب)	٤٠,٤٣	١	٤٠,٤٣	١٢,١٩	٠	
الفهم المفاهيمي البعدي	٢١٣,٦٤	١	٢١٣,٦٤	٩,٩٧	٠	٠,١٦
الطلاقة الإجرائية البعدي	٣٠٧,٨١	١	٣٠٧,٨١	١٤,٠٨	٠	٠,٢١
الكفاءة الاستراتيجية البعدي	٥٠,٠١	١	٥٠,٠١	١١,٨	٠	٠,١٨
التبرير التكيفي البعدي	٣٢,٤٣	١	٣٢,٤٣	٩,٧٨	٠	٠,١٥
الخطأ	١١٥٧,٢٦٥	٥٤	٢١,٤٣			
الطلاقة الإجرائية البعدي	١١٨٠,٣٥	٥٤	٢١,٨٦			
الكفاءة الاستراتيجية البعدي	٢٢٨,٨٥	٥٤	٤,٢٤			
التبرير التكيفي البعدي	١٧٩,٠٩	٥٤	٣,٣٢			
الفهم المفاهيمي البعدي	١٦٦٩,٧٣٣	٥٩				
الطلاقة الإجرائية البعدي	١٧٤٦,٧٣	٥٩				

الكفاءة	٣٠٢,٥٨	٥٩
الاستراتيجية بعددي		
التبرير التكميلي بعددي	٢٥٨,٤	٥٩

يظهر من الجدول (٥) وجود أثر لطريقة التدريس ($\alpha = 0.05$)، وذلك لكل بعد من أبعاد اختبار البراعة الرياضية، وكانت الفروق لصالح المجموعة التجريبية في جميع الأبعاد، وذلك كما هو موضح في جدول (٣)، علماً بأن حجم الأثر للأبعاد كان مرتفعاً وقد تراوح ما بين (١٥-٢١٪).

وتشير هذه النتيجة إلى أن النمذجة الرياضية المدعّمة بالواقع الافتراضي والواقع المعزز كانت فعالة في تعزيز البراعة الرياضية بأبعادها المختلفة لدى طالبات الصف الثامن مقارنة بالطريقة الاعتيادية، حيث كان حجم أثر طريقة التدريس كبيراً.

يمكن تفسير هذه النتيجة بأن النمذجة الرياضية الرقمية عبر منصة JoLearn، والمدعومة بتقنيات الواقع المعزز والواقع الافتراضي، وفرت بيئة تعلم تفاعلية ربطت بين المواقف الحياتية والمفاهيم الرياضية، مما أسهم في تعزيز فهم الطالبات للمفاهيم الرياضية، وتنمية مهارات حل المشكلات، وتنفيذ الإجراءات الرياضية، والتفكير المنطقي، والتبرير الرياضي. كما أسهمت الأنشطة الرقمية والتفاعل مع النماذج الثنائية والثلاثية الأبعاد في زيادة مشاركة الطالبات ودافعيتهم للتعلم، وهو ما انعكس إيجاباً على جميع أبعاد البراعة الرياضية. وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسات (Cahyono et al., 2021; Gerber et al., 2022; Schonbrodt et al., 2022; Agustika, 2021) التي أكدت فاعلية توظيف النمذجة الرياضية والأدوات الرقمية والواقع المعزز في تحسين تعلم الرياضيات، بينما تختلف مع دراسة (Kaygisiz & Şenel, 2023)، وقد يُعزى ذلك إلى اختلاف طبيعة العينة والبيئة التعليمية والتصميم المستخدم في الدراسة.

نتائج السؤال الثاني ونصه: هل تختلف درجة تقديرات طلبة الصف الثامن اختلافاً ذا دلالة إحصائية عند (0.05) على مقياس الميل المنتج باختلاف طريقة التدريس نمذجة رياضية رقمية من خلال منصة Jolearn الاعتيادية؟ للإجابة عن هذا السؤال حسبت الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية في القياسين القبلي والبعدى، والوسط الحسابي المعدل والخطأ المعياري لدرجات طلبة الصف الثامن على مقياس الميل المنتج تبعاً لطريقة التدريس، وذلك كما يتضح في الجدول (٦).

جدول (٦): الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية والوسط الحسابي المعدل لدرجات طلبة الصف الثامن على مقياس الميل المنتج ككل

طريقة التدريس	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي		الوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
		الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري		
التجريبية	٣٠	٣,٢٦	٠,٣٧٧	٤,٠٨	٠,٣٧	٤,٠٨	٠,٠٨
الاعتيادية	٣٠	٣,٢٤	٠,٤٣٧	٣,٥٥	٠,٥٥	٣,٥٤	٠,٠٨

*العلامة القصوى (٥)

يتضح من الجدول (٦) أن الوسط الحسابي لأداء الطلبة على مقياس الميل المنتج لدى الذين درسوا باستخدام طريقة النمذجة الرياضية من خلال منصة JoLearn قد بلغ (٣,٢٦)، في حين بلغ الوسط الحسابي لدى الذين درسوا باستخدام الطريقة الاعتيادية (٣,٢٤)، وبين ذلك وجود فرق ظاهري بين الأوساط الحسابية لدرجات طلبة الصف الثامن على مقياس الميل المنتج في القياس البعدي وفقاً لطريقة التدريس. ولمعرفة ما إذا كان هذا الفرق الظاهري ذا دلالة إحصائية، تم استخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) للقياس البعدي لمقياس الميل المنتج ككل وفقاً لطريقة التدريس، ويوضح الجدول (٧) نتائج التحليل.

جدول (٧): نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب (One-way ANCOVA) للقياس البعدي لدرجات طلبة الصف الثامن على مقياس الميل المنتج ككل وفقاً لطريقة التدريس.

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة	مربع إيتا η^2
القياس القبلي	٢,٠١	١	٢,٠١	١٠,٥٥	٠	
طريقة التدريس	٤,٣٣	١	٤,٣٣	٢٢,٧٥	٠	٠,٢٩

الخطأ	١٠,٨٤	٥٧	٠,١٩
الكل	١٧,٠٣	٥٩	

يتضح من الجدول (٧) وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha = 0.05$)، في درجات طالبات الصف الثامن على مقياس الميل المنتج تعزى لطريقة التدريس، فقد بلغت قيمة (ف) (٢٢,٧٥)، ولصالح المجموعة التجريبية من خلال مقارنة الأوساط الحسابية المعدلة الموضحة في جدول (٦). كما يتضح من الجدول (٧) أن حجم أثر طريقة التدريس كان كبيراً؛ فقد قُشرت قيمة مربع أيتا (η^2) ما نسبته (٢٩٪) من التباين في المتغير التابع.

كما تم حساب الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية والوسط الحسابي المعدل لأبعاد الميل المنتج كما هو مبين في الجدول (٨).

جدول (٨): الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية الوسط الحسابي المعدل للقياسين القبلي والبعدى لأبعاد مقياس الميل المنتج وفقاً لطريقة التدريس

الأبعاد	المجموعة	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي		الخطأ المعياري
			الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	
رؤية الرياضيات بأنها مفيدة	نمذجة رياضية JoLearn	٣٠	٣,٢٨	٠,٥١	٤	٠,٤٧	٠,٩٢
	الاعتيادية	٣٠	٣,١٤	٠,٤٩	٣,٥٧	٠,٥٦	٠,٩٢
الجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة	نمذجة رياضية JoLearn	٣٠	٣,٢٦	٠,٤٢	٤,١١	٠,٣٩	٠,٨٧
	الاعتيادية	٣٠	٣,٢٩	٠,٥٤	٣,٥٦	٠,٦	٠,٨٧
الرغبة في المشاركة	نمذجة رياضية JoLearn	٣٠	٣,٢٣	٠,٧٨	٤,١١	٠,٥٨	٠,١٣
	الاعتيادية	٣٠	٣,٢٦	٠,٦٦	٣,٤٧	٠,٩٤	٠,١٣

يُلاحظ من الجدول (٨) أن الوسط الحسابي المعدل لأبعاد الميل المنتج للذين درسوا طريقة النمذجة الرياضية JoLearn: بلغ بعد رؤية الرياضيات بأنها مفيدة (٣,٩٩)، والجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة (٤,١١)، والرغبة في المشاركة (٤,١١)، في حين بلغ الوسط الحسابي المعدل للذين درسوا بالطريقة الاعتيادية، كالتالي: رؤية الرياضيات بأنها مفيدة (٣,٥٨)، والجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة (٣,٥٥)، والرغبة في المشاركة (٣,٤٦)، وهذا يبين وجود فروق ظاهرية بين الوسط الحسابية في القياس البعدي لأبعاد مقياس الميل المنتج ناتج عن اختلاف طريقة التدريس. وبهدف التحقق من جوهرية الفروق الظاهرية، تم تطبيق تحليل التباين المصاحب الأحادي المتعدد (One-way ANCOVA) لأبعاد الميل المنتج مجتمعة، وذلك كما هو مبين في الجدول (٩).

جدول (٩): نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب المتعدد لأثر طريقة التدريس على أبعاد مقياس الميل المنتج مجتمعة

الأثر	نوع الاختبار المتعدد	قيمة الاختبار المتعدد	ف الكلية	درجة حرية الفرضية	درجة حرية الخطأ	احتمالية الخطأ	حجم الأثر η^2
طريقة التدريس	Hotelling's Trace	٠,٤١	٧,٣١	٣,٠٠	٥٣,٠٠	٠,٠٠	٠,٢٩

يتبين من الجدول (٩) وجود أثر لطريقة التدريس ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (٠,٠٥) على القياس البعدي لأبعاد مقياس الميل المنتج مجتمعة، حيث بلغت قيمة هوتلينج (٠,٤١)، ولتحديد على أي بعد من الأبعاد كان أثر طريقة التدريس، فقد تم إجراء تحليل التباين المتعدد المصاحب (MANCOVA) لكل بعد على حده وفقاً لطريقة التدريس، وذلك كما هو مبين في الجدول (١٠).

جدول (١٠): نتائج تحليل التباين المتعدد المصاحب (One-way ANCOVA) لأثر طريقة التدريس على القياس البعدي لكل بعد من أبعاد مقياس الميل المنتج

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	وسط مجموع المربعات	ف	احتمالية الخطأ	حجم الأثر η^2
رؤية الرياضيات بأنها مفيدة القبلي (المصاحب)	٠,٠٢	١	٠,٠١٧	٠,٠٦٩	٠,٧٩	
الجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة القبلي (المصاحب)	١,٤٥	١	١,٤٥	٦,٥٦	٠,٠١	
الرغبة في المشاركة القبلي (المصاحب)	٠,٢٤	١	٠,٢٤	٠,٤٦	٠,٥	
رؤية الرياضيات بأنها مفيدة بعدي	٢,٤٨	١	٢,٤٨	٩,٨٤	٠	٠,١٥
الجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة بعدي	٤,٥٨	١	٤,٥٦	٢٠,٦٤	٠	٠,٢٧
الرغبة في المشاركة بعدي	٦,١٦	١	٦,١٦	١١,٥٨	٠	٠,١٧
الخطأ	١٣,٨٦	٥٥	٠,٢٥			
الجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة بعدي	١٢,٢	٥٥	٠,٢٢			
الرغبة في المشاركة بعدي	٢٩,٢٧	٥٥	٠,٥٣			
رؤية الرياضيات بأنها مفيدة بعدي	١٨,١٨	٥٩				
الجهد المستمر والثقة بالنفس والمثابرة بعدي	١٩,٤٤	٥٩				
الرغبة في المشاركة بعدي	٤١,٦	٥٩				

يظهر من الجدول (١٠) وجود فروق دالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = ٠,٠٥$)، وفقاً لأثر طريقة التدريس في جميع الأبعاد لمقياس الميل المنتج، وكانت الفروق لصالح المجموعة التجريبية على مستوى جميع أبعاد مقياس الميل المنتج كما يوضح ذلك الأوساط الحسابية المعدلة للأبعاد وفقاً لطريقة التدريس، كما هو مبين في الجدول (٨)، علماً بأن حجم الأثر للأبعاد قد تراوح ما بين (١٥-٢٧٪).

يمكن تفسير هذه النتيجة بأن توظيف النمذجة الرياضية الرقمية عبر منصة JoLearn أوجد بيئة تعلم تفاعلية عززت مشاركة الطالبات، وثقتهن بأنفسهن، ومثابرتهم، وإدراكهن لأهمية الرياضيات وتطبيقاتها، مما أسهم في تنمية الميل المنتج بأبعاده المختلفة. كما أن توظيف الواقع المعزز والأنشطة التشاركية أتاح للطالبات فرصاً أكبر للاستكشاف والتفاعل وبناء المعرفة، الأمر الذي انعكس إيجاباً على اتجاهاتهن نحو تعلم الرياضيات. وتتفق هذه النتيجة مع نتائج الحلو (٢٠٢٢) والشمراني (٢٠٢٠)، اللتين أكدتا فاعلية الواقع المعزز في تنمية البراعة الرياضية والاتجاهات الإيجابية نحو الرياضيات، بينما تختلف مع دراسة سالم وسعيد (٢٠٢٣)، وربما يعود ذلك إلى اختلاف طبيعة العينة وبيئة التعلم وأدوات الدراسة.

التوصيات والمقترحات

- بناءً على ما توصلت إليه الدراسة من نتائج، فقد أوصت بما يأتي:
١. دمج وإدراج تطبيقات الواقع المعزز في المناهج الدراسية؛ لتعزيز فهم المفاهيم الرياضية، وتنظيم ورش عمل للطلبة لتعليمهم كيفية استخدام تطبيقات الواقع المعزز في دراستهم .
 ٢. عقد دورات تدريبية للمعلمات بشكل مكثف تركز على أهمية النمذجة الرياضية المدعومة بالتكنولوجيا، وكيفية توظيفها في عملية التعليم من خلال النمذجة الرياضية، لما لها من آثار في فهم الطلبة .
 ٣. بناء البرامج التعليمية المحوسبة على المنصات التعليمية، من خلال تصميم وإنشاء محتوى تعليمي محوسب يتوافق مع المناهج الدراسية، ويمكن الوصول إليه عبر المنصات التعليمية، ودمج تطبيقات خارجية تعتمد على الواقع المعزز في البرامج التعليمية المحوسبة؛ لتعزيز تجربة التعلم .
 ٤. استخدام وتطوير منصة JoLearn التعليمية؛ لتشمل أدوات تعليمية تفاعلية، وتطبيقات تعتمد على الواقع المعزز، وضمان تكامل المنصة مع المناهج الدراسية، وتوفير محتوى تعليمي متنوع وشامل .
- وفي ضوء نتائج الدراسة وتوصياتها، تقترح الباحثة إجراء دراسات وأبحاث حول:
- تأثير استخدام تطبيقات الواقع المعزز والنمذجة الرياضية على مراحل دراسية مختلفة .
 - دراسة تأثير استخدام هذه التكنولوجيا على مواد دراسية رياضية مختلفة، وأدوات رقمية متنوعة

الشكر والتقدير

نتوجه بخالص الشكر إلى المراجعين ورئيس التحرير على تعليقاتهم القيّمة على المسودة الأولية لهذه الورقة البحثية. كما نعرب عن تقديرنا لمشاركة طالبات الصف الثامن الذين ساهموا في هذه الدراسة، ونشكر مديرية تربية وتعليم طالبات الصف الثامن الأساسي للفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ في إحدى المدارس التابعة لمديرية قصبة السلط على تسهيل عملية جمع البيانات. جميع الأخطاء أو أوجه القصور المتبقية هي مسؤوليتنا بالكامل.

الإقرارات الأخلاقية

- تم إجراء هذه الدراسة وفقاً لمبادئ إعلان هلسنكي (١٩٦٤)، وحصلت على موافقة لجنة البحث والأخلاقيات في وزارة التربية والتعليم، الأردن. وقد تم الالتزام بالمبادئ الأخلاقية التالية أثناء تنفيذ البحث:
- مبدأ الموافقة الطوعية (تم الحصول على الموافقة المستنيرة من الجهات المعنية في مديرية تربية وتعليم قصبة السلط).
 - مبدأ تقليل المخاطر على المشاركين.
 - مبدأ السرية.
 - مبدأ إبلاغ المشاركين بمحتوى وأهداف البحث.
 - مبدأ التوثيق الإلزامي لمراحل ونتائج البحث.
 - مبدأ موثوقية الأدوات المنهجية المستخدمة في البحث.
 - مبدأ صلاحية معالجة البيانات البحثية.

بيان توافر البيانات

تتوفر مجموعات البيانات التي تم جمعها وتحليلها خلال هذه الدراسة عند الطلب من الباحثين.

التمويل

لم يتم تلقي أي تمويل لإجراء هذا البحث.

تضارب المصالح

يؤكد الباحثون عدم وجود أي تضارب في المصالح.

مساهمة الباحثين

- قام كل من هديل الربيع، وأمل خصاونة، وعماد السعدي بوضع تصور الدراسة وتصميمها، بالإضافة إلى جمع البيانات وتحليلها .
- قامت هديل الربيع بكتابة المسودة الأولى للمقال، بينما شارك أمل خصاونة وعماد السعدي في مراجعة المسودة وإثرائها علميًا .
- قام جميع الباحثين بمراجعة النص النهائي وتحريره، واعتمدوا النسخة النهائية للمقال قبل النشر.

الموافقة على النشر

يوافق الباحثون على تقديم هذه الورقة البحثية للنشر، وهم بانتظار قرار هيئة التحرير بعد عملية التحكيم، ويوافقون على نشرها في حال قبولها. كما يؤكدون أن هذا العمل لم يُنشر سابقًا ولم يُقدّم إلى أي مجلة أخرى للنظر في نشره.

المراجع

- أبو سارة، عبد الرحمن، وكفاي، وفاء، وصالحه، سهيل. (٢٠١٩). فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضية باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي (الواقع المعزز) لتنمية مهارات الحس المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي في مادة الرياضيات في فلسطين. *المجلة الدولية للتعليم بالإنترنت*، ١٨ (٢)، ٥٤-١.
- الجهني، منصور. (٢٠٢٠). أثر استخدام برنامج جيوجبرا في تنمية البراعة الرياضية في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الثالث المتوسط في مدينة الرياض. *مجلة كلية التربية، جامعة حائل*، ١٠ (٣٧)، ١٦-١.
- الحلو، أمل. (٢٠٢٢). *أثر استخدام تكنولوجيا الواقع المعزز في تنمية مهارات البراعة الرياضية والتفكير البصري لدى تلاميذ الصف الثالث الأساسي في فلسطين* [رسالة ماجستير، جامعة الأقصى].
- سلام، شهود، وسعيد، ردمان. (٢٠٢٣). فاعلية التعلم التشاركي الإلكتروني في تنمية البراعة الرياضية لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة. *مجلة علوم التربية والنفسية (JEPS)*، ٧ (١٤)، ٣٢-١٦.
- الشمراي، عيبر. (٢٠٢٠). فاعلية استخدام تقنية الواقع المعزز في تنمية البراعة الرياضية لدى طالبات الصف الأول الثانوي. في *كتاب المؤتمر السابع لتعليم وتعلم الرياضيات*. وزارة التربية، المملكة العربية السعودية.
- صحيفة الرأي الأردنية. (٢٠٢٢). *التعليم تطلق منصة تعليمية تفاعلية تستخدم التكنولوجيا الحديثة*. استرجع في ٩ أبريل ٢٠٢٣، من <https://alrai.com/article>
- العبيدي، نور محمد. (٢٠١٨). *البراعة الرياضية لدى طلبة قسم الرياضيات في كليات التربية* [رسالة ماجستير، جامعة بغداد].
- العنزي، وسام. (٢٠٢٢). *تعليم مادة الرياضيات إلكترونياً وأثر ذلك في تعزيز البراعة الرياضية لدى طلاب المرحلة المتوسطة في محافظة الأنبار في العراق من وجهة نظر المدرسين* [رسالة ماجستير، جامعة الأنبار].
- عودة، أحمد. (٢٠١٤). *القياس والتقويم في العملية التدريسية*. إربد، الأردن: دار الأمل للنشر والتوزيع.
- وزارة التربية والتعليم. (٢٠١٨). *الخطة الاستراتيجية للأعوام ٢٠١٨-٢٠٢٢: الرؤية والرسالة والقيم الجوهرية*. استرجع في ١٨ كانون الثاني ٢٠٢٣، من <https://moe.gov.jo/node/21994>
- الوكيل، حلمي أحمد، والمفتي، محمد أمين. (٢٠٠٧). *أسس بناء المنهج وتنظيماته*. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- يونس، محمد. (٢٠٢٢). *الواقع الافتراضي في التعليم: مفاهيم وتطبيقات*. *مجلة تقنية التعليم والتعلم*، ٢، ٤٧-٦٢.

References

Articles in Press

- Agustika, G. (2021). The influence of augmented reality-based learning media on students' achievement in mathematics. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Technology and Educational Science (ICTES 2020)* (Vol. 540). *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*.
- Altarawneh, A., & Marei, S. (2021). Mathematical proficiency and preservice classroom teachers' instructional performance. *International Journal of Education and Practice*, 9(2), 354–364.
- Awofala, A. O. (2017). Assessing senior secondary school students' mathematical proficiency as related to gender and performance in mathematics in Nigeria. *International Journal of Research in Education and Science*, 3(2), 488–502. <https://doi.org/10.21890/ijres.327832>
- Cahyono, A. N., Sukestiyarno, Y. L., Asikin, M., Miftahudin, & Ahsan, M. G. K. (2021). Learning mathematical modelling with augmented reality mobile math trails program: How can it work? *Journal of Physics: Conference Series*, 1763(1), 012057. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1763/1/012057>
- Cai, S., & Song, Q. (2012). AR-based remote video learning system. In *Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Wireless, Mobile and Ubiquitous Technology in Education*. <https://www.researchgate.net/publication/254028533>
- Cheong, K. H., & Koh, J. M. (2018). Integrated virtual laboratory in engineering mathematics education: Fourier theory. *IEEE Access*, 6, 58231–58243.
- Cheong, K. H., Koh, J. M., Yeo, D. J., Tan, Z. X., Boo, B. O. E., & Lee, G. Y. (2019). Paradoxical simulations to enhance education in mathematics. *IEEE Access*, 7, 17941–17950.
- Dolores-Flores, C., Rivera-López, M. I., & Tlalmanalco-Ramírez, A. (2021). Investigating seventh-grade students' slope preconceptions. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(12), Article em2053. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11417>
- El-Sayed, S., & Al-Najrani, H. (2021). Effectiveness of augmented reality on improving visual thinking in mathematics and academic motivation for middle school students. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(8), Article em1974. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11456>
- Estonanto, A., Lutfiani, I., Kusumah, Y. S., & Herman, T. (2017). Effectiveness of mathematics proficiency sessions (MPS) for primary pupils. *Asia Pacific Journal of Multidisciplinary Research*, 5(3), 10–15.
- Figgins, L. S. (2010). *Four elementary teachers' journeys into the understanding and application of mathematical proficiency* (Unpublished doctoral dissertation). Northern Illinois University, United States.
- Gandolfi, E. (2018). Virtual reality and augmented reality. In *Handbook of Research on K–12 Online and Blended Learning* (pp. 561–575).
- Geiger, V. (2011). Factors affecting teachers' adoption of innovative practices with technology and mathematical modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 305–315). Springer.

Articles in Press

- Gerber, S., Siller, H. S., Quarder, J., & Greefrath, G. (2022). Pre-service teachers' self-efficacy for teaching simulations and mathematical modelling with digital tools. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(5), 643–661.
- Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H.-S. (2018). Mathematical modelling with digital tools: A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM – Mathematics Education*, 50(1–2), 233–244.
- Haji, S., Yumiati, & Zamzaili. (2019). Improving students' productive disposition through realistic mathematics education with an outdoor approach. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 4(2), 101–111.
- Haslam, C. (2020). *Mathematical proficiency as the basis for assessment: A literature review and its potentialities*. *Mathematics Teaching Research Journal*.
- Jamali, S. S., Shiratuddin, M. F., & Wong, K. W. (2017). A review of augmented reality (AR) and mobile augmented reality (mAR) technology learning in tertiary education. *Journal of Engineering Science and Technology*, 20(2), 37–54.
- Junpeng, P., Marwiang, M., Chiajunthuk, S., Suwannatrai, P., Chanayota, K., Pongboriboon, K., Tang, K. N., & Wilson, M. (2020). Validation of a digital tool for diagnosing mathematical proficiency. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 15(22), 167–183.
- Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). *Innovative perspectives in research in mathematical modeling education*. University of Hamburg; Nord University; University of Münster.
- Kaufmann, H. (2023). *Construct 3D: An augmented reality application for mathematics and geometry education*. Institute of Software Technology and Interactive Systems, Vienna University of Technology.
- Kaygısız, İ., & Şenel, E. A. (2023). Investigating mathematical modeling competencies of primary school students: Reflections from a model eliciting activity. *Journal of Pedagogical Research*, 7(1). <https://doi.org/10.33902/JPR.202317062>
- Kim, K., Billingham, M., Bruder, G., Duh, H. B. L., & Welch, G. F. (2018). Revisiting trends in augmented reality research: A review of the second decade of ISMAR (2008–2017). *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 24(11), 2947–2962. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2018.2868591>
- Kohen, Z., & Orenstein, D. (2021). Mathematical modeling of tech-related real-world problems for secondary school-level mathematics. *Education and Information Technologies*, 26, 2505–2522. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10557-w>
- Macgregor, D. (2013). *Developing mathematical proficiency*. Academy of Math, EPS Literacy and Intervention. <https://www.epslearning.com/>
- Mikropoulos, T. A., & Natsis, A. (2011). Educational virtual environments: A ten-year review of empirical research (1999–2009). *Computers & Education*, 56(3), 769–780.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Procedural fluency in mathematics: A position of the National Council of Teachers of Mathematics*.

Articles in Press

<https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Position-Statements/Procedural-Fluency-in-Mathematics>

- National Research Council. (2001). *Helping children learn mathematics*. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. National Academy Press.
- Nicholas, Z. (2016). The use of ICT in kindergarten for teaching addition based on realistic mathematics education. *Education and Information Technologies*, 21(3), 589–606.
- Nugraheni, Z., Budiyo, B., & Slamet, I. (2018). Upgrading geometry conceptual understanding and strategic competence through implementing rigorous mathematical thinking (RMT). In *Proceedings of the International Conference on Mathematics, Science, and Education*. Jawa Tengah, Indonesia.
- Philipp, R. A. (2010). *Productive disposition: The missing component of mathematical proficiency*. San Diego State University.
- Pollak, H. O. (2003). A history of the teaching of modeling. In G. M. A. Stanic & J. Kilpatrick (Eds.), *A history of school mathematics* (pp. 647–671). National Council of Teachers of Mathematics.
- Regan, B. (2012). *The relationship between state high school exit exams and mathematical proficiency: Analyses of the complexity, content, and format of item and assessment protocol* (Doctoral dissertation, Ohio University).
- Rohman, K., Turmudi, Budirmansyah, D., & Syaodih, E. (2023). Development of a productive disposition skills instrument for elementary school students. *Journal of Elementary Education*, 6(2), 650–660.
- Schoenfeld, A. H. (2007). What is mathematical proficiency and how can it be assessed? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Assessing mathematical proficiency* (pp. 53–118). Cambridge University Press.
- Schönbrodt, S., Wohak, K., & Frank, M. (2022). Digital tools to enable collaborative mathematical modeling online. *Modelling in Science Education and Learning*, 15(1).
- Shriki, A., & Patkin, D. (2016). Elementary school mathematics teachers' perception of their professional needs. *Teacher Development*, 20(3), 329–347.
- Siegfried, J. (2012). *The hidden strand of mathematical proficiency: Defining and assessing productive disposition in elementary school teachers' mathematical content knowledge* (Doctoral dissertation). University of California, San Diego.
- Siller, H.-S., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding technology. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)* (pp. 2136–2145). Institut National de Recherche Pédagogique.
- Thamrongrat, P., & Law, E. L. (2021). Design and evaluation of an augmented reality app for learning geometric shapes in 3D. *International Journal of Technology Enhanced Learning*, 12(2), 173–192.
- Tovar, D., Jonker, V., & Hurst, W. (2020). *Virtual reality and augmented reality in education: A review*. Utrecht University.

Articles in Press

- Wang, T., Zhang, L., Xie, Z., & Liu, J. (2023). How does mathematical modeling competency affect the creativity of middle school students? The roles of curiosity and guided inquiry teaching. *Frontiers in Psychology, 14*, Article 1044580.
- Weljlalai, J., & Haocheong, K. (2022). Adoption of virtual and augmented reality for mathematics education: A scoping review. *IEEE Access, 10*.
- Williams, D. L. (2011). The virtual classroom in relation to education models. *International Journal of Educational Telecommunications, 17*(1), 23–32.